

## Planificação: Geometria Descritiva A – 10º Ano (Turma I)

### Objetivos Gerais:

- . Conhecer a fundamentação teórica dos sistemas de representação diédrica e axonométrica;
- Identificar os diferentes tipos de projecção e os princípios base dos sistemas de representação diédrica e axonométrica;
- Reconhecer a função e vocação particular de cada um desses sistemas de representação;
- Representar com exactidão sobre desenhos que só têm duas dimensões os objectos que na realidade têm três e que são susceptíveis de uma definição rigorosa (Gaspard Monge);
- Deduzir da descrição exacta dos corpos as propriedades das formas e as suas posições respectivas (Gaspard Monge);
- Conhecer vocabulário específico da Geometria Descritiva;
- Usar o conhecimento dos sistemas estudados no desenvolvimento de ideias e na sua Comunicação;
- . Conhecer aspectos da normalização relativos ao material e equipamento de desenho e às convenções gráficas;
- Utilizar correctamente os materiais e instrumentos cometidos ao desenho rigoroso;
- Relacionar-se responsabilmente dentro de grupos de trabalho, adoptando atitudes comportamentais construtivas, solidárias tolerantes e de respeito.

Objectivos Específicos	Conteúdos	Estratégias / Actividades	Nº de Aulas (90min)
Conhecer vocabulário específico de Geometria Descritiva.  Desenvolver a	MÓDULO INICIAL <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ponto</li> <li>• Recta</li> <li>• Posição relativa de duas rectas: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Complanares;</li> <li>- Paralelas;</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Abordagem intuitiva do espaço com recurso a modelos tridimensionais (sala de aula, objectos que nela se encontrem e modelos de sólidos e superfícies a estudar).</li> <li>• Com esses referenciais podemos identificar e definir devidamente os elementos geométricos e</li> </ul>	9

<p>capacidade de percepção dos espaços, das formas visuais e das suas posições relativas.</p> <p>Desenvolver a capacidade de visualização mental e representação gráfica, de formas reais ou imaginárias.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Concorrentes;</li> <li>- Enviesadas.</li> <li>· Plano</li> <li>· Posição relativa de rectas e de planos: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Recta pertencentes a um plano;</li> <li>- Recta paralela a um plano;</li> <li>- Recta concorrentes com um plano;</li> <li>- Planos paralelos;</li> <li>- Planos concorrentes.</li> </ul> </li> <li>· Perpendicularidade de rectas e de planos: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Rectas perpendiculares e ortogonais;</li> <li>- Recta perpendicular a um plano;</li> <li>- Planos perpendiculares.</li> </ul> </li> <li>· Superfícies</li> <li>Generalidades, geratriz e directriz.</li> <li>Algumas superfícies: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Plana;</li> <li>- Piramidal;</li> <li>- Cónica;</li> <li>- Prismática;</li> <li>- Cilíndrica;</li> <li>- Esférica.</li> </ul> </li> <li>· Sólidos: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Pirâmide;</li> <li>- Prismas;</li> <li>- Cones;</li> <li>- Cilindros;</li> <li>- Esfera.</li> </ul> </li> <li>· Secções planas de sólidos e truncagem.</li> </ul>	<p>verificar as suas posições relativas (relações de pertença, paralelismo, concorrência e perpendicularidade).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· As condições de paralelismo e perpendicularidade deve ser estabelecido por forma intuitiva, recorrendo a exemplos e contra-exemplos.</li> <li>· Exemplos de situações para "visualizar" o espaço (envolvendo as condições de paralelismo e perpendicularidade e outros conhecimentos) poderão ser problemas de determinação do lugar geométrico de pontos equidistantes: <ul style="list-style-type: none"> <li>- de um ponto</li> <li>- de uma recta</li> <li>- de um plano</li> <li>- dos extremos de um segmento de recta</li> <li>- dos vértices de um quadrado</li> <li>- dos pontos de uma circunferência</li> <li>- das faces de um diedro</li> <li>- etc....</li> </ul> </li> <li>· Recurso a modelos ilustrativos de vários tipos de superfícies, de forma a facilitar a sua classificação e entender o modo como são geradas.</li> </ul>	
<p>Definir o objecto e finalidade da Geometria Descritiva</p> <p>Adquirir a noção de projecção</p>	<p>INTRODUÇÃO À GEOMETRIA DESCRITIVA</p> <p>2. GEOMETRIA DESCRITIVA</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· Resenha histórica</li> <li>· Objectivo e finalidade</li> <li>· Noção de projecção: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Projectante;</li> <li>- Superfície de projecção;</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Amostragem de desenhos, através de diapositivos, que permitem ilustrar os diversos estádios de desenvolvimento da representação rigorosa, evidenciando a sua adequação às diferentes necessidades da actividade humana.</li> <li>· Exemplos que permitem clarificar o papel desempenhado pela Geometria Descritiva no</li> </ul>	1

	- Projecção.	estudo exacto das formas dos objectos, recorrendo-se à sua representação gráfica. A noção de projecção será veiculada em articulação com o conceito de transformação geométrica, evidenciando que é o acto de projectar que permite fazer a passagem do espaço tridimensional para o plano de representação.	
Identificar os diferentes tipos de projecção e os métodos de representação a estudar	<b>3. TIPOS DE PROJECCÃO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>· Projecção central ou cónica;</li> <li>· Projecção paralela ou cilíndrica;</li> <li>- Projecção oblíqua ou clinogonal;</li> <li>- Projecção ortogonal.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· A noção de ponto próprio e de ponto impróprio pode ser melhor entendida pelos alunos através de exemplos que permitem acompanhar a transformação de uma situação na outra, como sejam, entre outros: <ul style="list-style-type: none"> <li>- transformar duas rectas concorrentes em duas rectas paralelas, fazendo deslizar o ponto de concorrência ao longo de uma delas de modo a torná-lo num ponto impróprio;</li> <li>- partir de um triângulo equilátero (<math>60^{\circ}+60^{\circ}+60^{\circ}</math>) e chegar a um triângulo isósceles (<math>90^{\circ}+90^{\circ}+0^{\circ}</math>) transformando um vértice num ponto impróprio;</li> <li>- aumentar progressivamente o raio de uma circunferência até à situação da sua transformação numa recta, ou seja, numa circunferência cujo centro é um ponto impróprio. Seguindo esta lógica, pode se começar por abordar a projecção central e, em seguida, passar à projecção paralela, entendendo esta como um caso particular da primeira. Exemplos concretos, facilmente disponíveis, de cada um dos tipos de projecção são, obviamente, as sombras de um objecto projectadas por um ponto de luz e pela luz do Sol.</li> </ul> </li> </ul>	1
Conhecer a fundamentação teórica dos sistemas de	<b>4. SISTEMAS DE REPRESENTAÇÃO – SUA CARACTERIZAÇÃO</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>· Pelo tipo de projecção;</li> <li>· Pelo número de projecções utilizadas;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Os sistemas de representação podem ser ilustrados com recurso à apresentação de imagens, sendo sempre vantajoso verificar como um mesmo objecto é descrito por cada um deles.</li> </ul>	1

<p>representação diédrica e axonométrica.</p> <p>Identificar os diferentes tipos de projecção e os princípios base dos sistemas de representação diédrica e axonométrica.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Pelas operações efectuadas na passagem do tri para o bidimensional:</li> <li>- Projecção única;</li> <li>- n projecções e rebatimentos de n-1 planos de projecção.</li> </ul>		
<p>Caracterizar os métodos de representação triédrica e diédrica</p>	<p>5. INTRODUÇÃO AO ESTUDO DOS SISTEMAS DE REPRESENTAÇÃO TRIÉDRICA E DIÉDRICA</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· Representação triédrica:</li> <li>- Triedros trirrectângulos de projecção;</li> <li>- Planos de projecção: plano horizontal XY (plano 1), plano frontal ZX (plano 2), plano de perfil YZ (plano 3);</li> <li>- Eixos de coordenadas ortogonais: X, Y, Z.</li> <li>- Coordenadas ortogonais: x, y, z (abscissa ou largura; ordenada/afastamento ou profundidade; cota ou altura);</li> <li>- Representação triédrica de um ponto.</li> <li>· Representação diédrica:</li> <li>- Diedros de representação;</li> <li>- Planos de projecção: plano horizontal (plano 1), plano frontal (plano 2);</li> <li>- Eixo X ou aresta dos diedros – (Linha de Terra);</li> <li>- Planos bissectores dos diedros;</li> <li>- Representação diédrica de um ponto.</li> <li>· Vantagens e inconvenientes de ambos os</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Para identificar e definir os elementos estruturantes do método de representação triédrica proceder-se-á a uma simulação da realidade espacial através da utilização de um modelo constituído pelo sistema de planos, que nos servirá para identificar os triedros de projecção, o referencial analítico do espaço constituído pelos eixos de coordenadas, a localização inequívoca de um ponto no espaço através das suas coordenadas ortogonais, as suas projecções ortogonais nos planos de projecção, bem como o conjunto de operações efectuadas na passagem do tri- para o bidimensional.</li> <li>· O mesmo modelo, através da supressão do plano de perfil (plano 3) como terceiro plano de projecção, permitirá fazer a passagem para a representação diédrica, cabendo agora iniciar o processo de demonstração da suficiência da dupla projecção ortogonal na resolução da maior parte dos problemas que envolvam os elementos geométricos (ponto, recta e plano) considerados individualmente ou em correlação.</li> <li>· De regresso à representação triédrica pode sublinhar-se, por contraponto, a sua mais-valia no</li> </ul>	<p>1</p>

	sistemas de representação; sua intermutabilidade.	reconhecimento imediato e intuitivo de objectos tridimensionais, de tal modo que se torna possível, frequentemente, omitir a identificação dos vértices que os definem. · Resolução de exercícios diversos.	
Representar diedricamente o elemento geométrico ponto.  Resolver problemas gerais de incidência relativos a estes elementos	REPRESENTAÇÃO DIÉDRICA 1. PONTO · Localização de um ponto; · Projecções de um ponto.	· Elaboração do modelo constituído pelo sistema dos planos, para facilitar a visualização espacial, onde facilmente se poderão simular as situações de projecção. Os alunos devem utilizar o modelo sempre com uma observação frontal. Será vantajoso que: - o estudo do ponto seja efectuado com recurso à tripla projecção; - o aluno distinga, no modelo, linha projectante de coordenada e de projecção; - o aluno determine as coordenadas/ projecções dos simétricos de um ponto relativamente a cada um dos planos de projecção ou ao eixo X; - represente as projecções de pontos situados nos semi-planos de projecção, como pré-requisito da aprendizagem da determinação de traços de rectas nesses planos. · Resolução de exercícios diversos.	4
Representar diedricamente os elementos geométricos: segmento de recta e recta.  Resolver problemas gerais de incidência relativos a estes elementos	2. SEGMENTO DE RECTA · Projecções de um segmento de recta. · Posição do segmento de recta em relação aos planos de projecção: - Perpendicular a um plano de projecção: de topo, vertical; - Paralelo aos dois planos de projecção: frontohorizontal (perpendicular ao plano de referência das abcissas); - Paralelo a um plano de projecção: horizontal, frontal; - Paralelo ao plano de referência das abcissas:	· Será vantajoso que: - o estudo do segmento de recta seja efectuado com recurso à tripla projecção; - no modelo, o aluno relacione a dimensão do segmento no espaço com a da sua projecção em cada plano de projecção; devem, por isso, ser exploradas as possíveis situações de posicionamento do segmento, desde a sua posição paralela a um dos planos de projecção (e consequente verdadeira grandeza nesse plano) até à situação de perpendicularidade (quando a projecção do segmento se reduz a um ponto). · Resolução de exercícios diversos.	6

	<p>de perfil;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Não paralelo a qualquer dos planos de projecção: oblíquo.</li> </ul>		
	<p>3. RECTA</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· Recta definida por dois pontos.</li> <li>· Projecções da recta.</li> <li>· Ponto pertencente a uma recta.</li> <li>· Traços da recta nos planos de projecção e nos planos bissectores.</li> <li>· Posição da recta em relação aos planos de projecção.</li> <li>· Posição relativa de duas rectas: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Complanares;</li> <li>- Paralelas;</li> <li>- Concorrentes;</li> <li>- Enviesadas.</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Será vantajoso: <ul style="list-style-type: none"> <li>- partir das projecções de um segmento de recta definido pelos seus pontos extremos A e B para as projecções de uma recta definida por esses dois pontos; será conveniente encarar, também, as projecções de uma recta como resultantes da intersecção dos seus planos projectantes com os planos de projecção;</li> <li>- levar o aluno a intuir o conceito de traço de recta a partir da consideração de pontos da recta progressivamente mais próximos do plano de projecção;</li> <li>- que, de uma recta, o aluno simule, no modelo: <ul style="list-style-type: none"> <li>- as projecções;</li> <li>- os traços;</li> <li>- que o aluno conclua quais os diedros onde uma recta está localizada;</li> </ul> </li> <li>- representar as projecções de rectas situadas nos planos de projecção, como pré-requisito da aprendizagem da determinação de traços de planos.</li> </ul> </li> <li>· Resolução de exercícios diversos.</li> </ul>	10
<p>Representar figuras planas (polígonos e círculo) situadas em planos paralelos aos planos de projecção</p> <p>Representar sólidos geométricos (pirâmides, cones,</p>	<p>4. FIGURAS PLANAS I</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· Polígonos e círculo horizontais, frontais ou de perfil.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Recurso à representação triédrica das figuras, o que se revela indispensável na situação de perfil.</li> <li>· O uso de software de geometria dinâmica constitui um meio poderoso de visualização espacial das figuras em causa permitindo apreciar, em tempo real, mudanças sucessivas do seu posicionamento.</li> <li>· Resolução de exercícios diversos.</li> </ul>	3

<p>prismas e cilindros) com base(s) horizontal(ais), frontal(ais) ou de perfil</p> <p>Representar pontos pertencentes às arestas, faces ou superfícies dos sólidos</p>			
<p>Identificar os diferentes tipos de superfície.</p> <p>Representar diedricamente o elemento geométrico: plano.</p> <p>Resolver problemas gerais de incidência relativos a estes elementos</p>	<p>5. PLANO</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Definição do plano por: <ul style="list-style-type: none"> <li>- 3 pontos não colineares;</li> <li>- Uma recta e um ponto exterior;</li> <li>- Duas rectas paralelas;</li> <li>- Duas rectas concorrentes (incluindo a sua definição pelos traços nos planos de projecção).</li> </ul> </li> <li>- Rectas contidas num plano.</li> <li>- Ponto pertencente a um plano.</li> <li>- Rectas notáveis de um plano: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Horizontais;</li> <li>- Frontais;</li> <li>- De maior declive;</li> <li>- De maior inclinação.</li> </ul> </li> <li>- Posição de um plano em relação aos planos de projecção</li> </ul> <p>Planos projectantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Paralelo a um dos planos de projecção: horizontal (de nível), frontal (de frente);</li> <li>- Perpendicular a um só plano de projecção: de topo, vertical;</li> <li>- Perpendicular aos dois planos de projecção: de perfil (paralelo ao plano de referência das</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Será de tratar, como mais habitual por ser geral, a representação diédrica dos planos pelas projecções de três pontos não colineares ou de duas rectas paralelas ou de duas rectas concorrentes (que podem ser os traços do plano nos planos de projecção).</li> </ul> <p>Com o intuito de facilitar a visualização do plano, a sua representação por 3 pontos não colineares poderá ser transformada na representação do triângulo por eles definido.</p> <p>O estudo das posições do plano em relação aos planos de projecção poderá ser feito através do modelo, permitindo visualizar os traços do plano, respectivas projecções, e os tipos de rectas do plano.</p> <p>Do mesmo modo poderá ser deduzida a condição para que:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- uma recta esteja contida num plano;</li> <li>- um ponto pertença a um plano.</li> </ul> <p>Em relação ao estudo do plano definido por uma recta de maior ângulo sugere-se, igualmente, a observação da situação espacial no modelo, encaminhando os alunos a estabelecer a relação entre as projecções da referida recta e as rectas horizontais ou frontais do mesmo plano.</p>	<p>12</p>

	<p>abcissas).</p> <p>Planos não projectantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- De rampa (paralelo ao eixo X e oblíquo aos planos de projecção – perpendicular ao plano de referência das abcissas), passante (contém o eixo X);</li> <li>- Oblíquo (oblíquo em relação ao eixo X e aos planos de projecção).</li> </ul>	<p>Será de chamar a atenção para o facto de os traços do plano serem casos particulares de rectas horizontais e rectas frontais do plano. Poderá ser útil fazer a distinção entre plano apoiado (onde é visível a mesma "face" em ambas as projecções), plano projectante e plano em tensão (no qual uma "face" visível numa projecção é invisível na outra). Esta distinção pode ser evidenciada com o auxílio da cor. Para clarificar a classificação de um plano como superfície bifacial ou bilateral poderá mencionar-se, por contraponto, a banda de Möbius, exemplo de uma superfície unifacial ou unilateral.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· Resolução de exercícios diversos.</li> </ul>	
<p>Resolver problemas gerais de intersecção relativos a rectas e/ou planos</p>	<p>6. INTERSECÇÕES (Recta/Plano e Plano/Plano)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· Intersecção de uma recta projectante com um plano projectante.</li> <li>· Intersecção de uma recta não projectante com um plano projectante.</li> <li>· Intersecção de dois planos projectantes.</li> <li>· Intersecção de um plano projectante com um plano não projectante.</li> <li>· Intersecção de uma recta com um plano (método geral).</li> <li>· Intersecção de um plano (definido ou não pelos seus traços) com o b24 ou b13.</li> <li>· Intersecção de planos (método geral).</li> <li>· Intersecção de um plano (definido ou não pelos seus traços) com um: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Plano projectante;</li> <li>- Plano oblíquo;</li> <li>- Plano de rampa.</li> </ul> </li> <li>· Intersecção de três planos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Para a introdução ao estudo das superfícies será útil utilizar os modelos B, C, D, E e F, ilustrativos dos vários tipos de superfície, quer para a sua classificação quer para o entendimento do modo como são geradas.</li> <li>· Resolução de exercícios diversos.</li> </ul>	19
<p>Representar sólidos</p>	<p>7. SÓLIDOS I</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Como introdução ao estudo dos sólidos poder-se-á</li> </ul>	6



<p>geométricos (pirâmides e prismas regulares) de base(s) situada(s) em planos projectantes</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Pirâmides (regulares e oblíquas de base regular) e cones (de revolução e oblíquos de base circular) de base horizontal, frontal ou de perfil.</li> <li>· Prismas (regulares e oblíquas de base regular) e cilindros (de revolução e oblíquos de base circular) de bases horizontais, frontais ou de perfil.</li> <li>· Esferas; círculos máximos (horizontal, frontal e de perfil).</li> <li>· Pontos e linhas situados nas arestas, nas faces ou nas superfícies dos sólidos.</li> </ul>	<p>recorrer a modelos tridimensionais, vídeos ou ao CAD. O manuseamento e a visualização de modelos, de acordo com os enunciados dos problemas, poderá facilitar a leitura e compreensão das projecções, incluindo o reconhecimento das invisibilidades.</p> <p>Os alunos devem desenhar as projecções de várias figuras planas coloridas com diferentes cotas ou afastamentos para melhor percepção das visibilidades.</p> <p>Utilizar a cor na representação de arestas (eventualmente geratrizes) ou, em alternativa, colorir as faces (eventualmente superfície lateral) com cores diferentes. Esta diferenciação permitirá que os alunos tenham uma percepção facilitada das visibilidades ou invisibilidades de arestas (geratrizes) ou faces (superfície lateral) nas diferentes projecções. Quando os sólidos apresentem base(s) ou face(s) de perfil poderá ser necessário recorrer à terceira projecção. Convém que seja dada especial atenção a dois dos sólidos platónicos - tetraedro e hexaedro regulares - ao fazer o estudo representativo de pirâmides e prismas, respectivamente.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· Resolução de exercícios diversos.</li> </ul>	
<p>Aplicar o método da mudança de diedros de projecção (a situações que impliquem só uma mudança) para a obtenção de verdadeiras grandezas</p>	<p><b>8. MÉTODOS GEOMÉTRICOS AUXILIARES I</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· Estrutura comparada dos métodos auxiliares – características e aptidões.</li> <li>· Mudança de diedros de projecção (casos que impliquem apenas uma mudança): <ul style="list-style-type: none"> <li>- Transformação das projecções de um ponto;</li> <li>- Transformação das projecções de uma recta;</li> <li>- Transformação das projecções de elementos definidores de um plano.</li> </ul> </li> <li>· Rotações (casos que impliquem apenas uma rotação):</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Nesta fase de estudo é de propor aos alunos a resolução dos seguintes problemas-tipo: transformar <ul style="list-style-type: none"> <li>- recta horizontal em recta de topo</li> <li>- recta frontal em recta vertical</li> <li>- recta oblíqua em recta horizontal ou frontal</li> <li>- plano de topo em plano horizontal</li> <li>- plano vertical em plano frontal</li> </ul> </li> <li>· No estudo da rotação da recta propõe-se os seguintes problemas tipo: Transformar:</li> </ul>	<p>12</p>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Rotação do ponto;</li> <li>- Rotação da recta;</li> <li>- Rotação de um plano projectante; -</li> </ul> Rebatimento de planos projectantes.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- uma recta horizontal numa recta frontohorizontal ou numa recta de topo;</li> <li>- uma recta frontal numa recta fronto-horizontal ou numa recta vertical;</li> <li>- uma recta oblíqua numa recta horizontal ou de frontal.</li> <li>- Se possível, no estudo das rotações, recorrer a software de geometria dinâmica, não só porque essa transformação é uma operação base desse tipo de programas, mas também porque se torna possível acompanhar o movimento espacial da figura.</li> <li>- Sendo o rebatimento um caso particular de rotação deve o aluno ser alertado para o facto de que na rotação de um plano, o eixo mais conveniente a utilizar deverá estar contido no próprio plano; nestas circunstâncias, a rotação passará a chamar-se rebatimento.</li> <li>- Resolução de problemas de rebatimento, tanto para os planos de projecção como para planos paralelos a estes, com orientação de escolha do professor segundo o princípio de economia de meios.</li> <li>- Resolução de exercícios diversos.</li> </ul>	
Representar figuras planas (polígonos e círculo) situadas em planos projectantes	9. FIGURAS PLANAS II <ul style="list-style-type: none"> <li>· Figuras planas situadas em planos verticais ou de topo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Para a resolução deste tipo de problemas poderá salientar-se que o método dos rebatimentos é, em geral, o mais adequado, sobretudo por permitir a aplicação do Teorema de Désargues utilizando a charneira do rebatimento como eixo de afinidade. Além disso, simplificará muito os problemas, a realização do rebatimento para um plano que contenha, pelo menos, um vértice da figura.</li> <li>· Resolução de exercícios diversos.</li> </ul>	3
Representar sólidos geométricos situados em planos	10. SÓLIDOS II <ul style="list-style-type: none"> <li>· Pirâmides e prismas regulares com base(s) situada(a) em planos verticais ou de topo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Uso de modelos tridimensionais dos sólidos em estudo bem como do software de geometria dinâmica.</li> </ul>	6

projectantes		· Resolução de exercícios diversos.	
--------------	--	-------------------------------------	--

### Recursos:

Material de desenho para o quadro e para o trabalho individual (régua, esquadro, compasso, transferidor)

Modelos tridimensionais

*Video* didáctico de manipulação dos modelos

Sólidos geométricos construídos em diversos materiais (placas, arames, palhinhas, acetatos, acrílico, vinil com líquido colorido, madeira)

Meios audiovisuais (retroprojector, acetatos e canetas, projectores de diapositivos e de *video*)

Computadores com *software* de geometria dinâmica e/ou de *CAD*

Projector de luz

Fita métrica



GOVERNO DE  
PORTUGAL

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
E CIÊNCIA



Agrupamento de Escolas de Barcelos

## Planificação

### Geometria Descritiva A - Bloco 2

11º Ano

Ano Letivo 2014/2015

**DISCIPLINA: GEOMETRIA DESCRITIVA - A - 11º Ano**

**OBJETIVOS GERAIS**

- . Conhecer a fundamentação teórica dos sistemas de representação diédrica e axonométrica;
- Identificar os diferentes tipos de projeção e os princípios base dos sistemas de representação diédrica e axonométrica;
- Reconhecer a função e vocação particular de cada um desses sistemas de representação;
- Representar com exatidão sobre desenhos que só têm duas dimensões os objetos que na realidade têm três e que são suscetíveis de uma definição rigorosa (Gaspard Monge);
- Deduzir da descrição exata dos corpos as propriedades das formas e as suas posições respectivas (Gaspard Monge);
- Conhecer vocabulário específico da Geometria Descritiva;
- Usar o conhecimento dos sistemas estudados no desenvolvimento de ideias e na sua Comunicação;
- . Conhecer aspetos da normalização relativos ao material e equipamento de desenho e às convenções gráficas;
- Utilizar corretamente os materiais e instrumentos cometidos ao desenho rigoroso;
- Relacionar-se responsabilmente dentro de grupos de trabalho, adotando atitudes comportamentais construtivas, solidárias tolerantes e de respeito;

**OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

Percecionar e visualizar no espaço.

Aplicar os processos construtivos de representação.

Reconhecer a normalização referente ao desenho.

Utilizar os instrumentos de desenho e executar os traçados.

Utilizar a Geometria Descritiva em situações de comunicação e registo.

Representar formas reais ou imaginárias.

Ser autónomo no desenvolvimento de atividades individuais.

Planificar e organizar o trabalho.

Cooperar em trabalhos coletivos.

		Nº DE AULAS
<u>Apresentação</u>		1
<b>CONTEÚDOS</b>	<b>ESTRATÉGIAS / ACTIVIDADES</b>	
<p>PARALELISMO DE RETAS E PLANOS</p> <p>Reta paralela a um plano</p> <p>Plano paralelo a uma reta</p> <p>Planos paralelos (definidos ou não pelos seus traços)</p>	<p>Simulação das situações espaciais no modelo para que o aluno infira os teoremas de paralelismo de retas e de planos.</p> <p>Resolução de exercícios diversos.</p>	2
<p>PERPENDICULARIDADE DE RETAS E DE PLANOS</p> <p>Retas horizontais perpendiculares e retas frontais perpendiculares;</p> <p>Reta horizontal (ou frontal) perpendicular a uma reta;</p> <p>Reta perpendicular a um plano;</p> <p>Plano perpendicular a uma reta;</p> <p>Retas oblíquas perpendiculares;</p> <p>Planos perpendiculares.</p>	<p>Salientar o facto de que duas retas perpendiculares se projetam em ângulo reto num plano de projeção desde que pelo menos uma delas seja paralela a esse plano.</p> <p>Na perpendicularidade de reta e plano deve ser verificado o teorema anterior relativamente a retas horizontais e frontais do plano.</p> <p>Resolução de exercícios diversos.</p>	5

## MÉTODOS GEOMETRICOS AUXILIARES

Mudança de diedros de projeção (casos que impliquem mudanças sucessivas):  
Transformação das projeções de uma reta;  
Transformação das projeções de elementos definidores de um plano.

Rotações (casos que impliquem mais do que uma rotação):  
Rotação de uma reta;  
Rotação de um plano;

Rebatimento de planos não projetantes:  
Rampa;  
Oblíquo.

Resolução dos seguintes problemas tipo:

Transformar  
Uma reta oblíqua numa reta vertical, de topo, ou fronto-horizantal;  
Um plano oblíquo num plano horizontal ou frontal.

Na sequência destes exercícios, fazer uma revisão sobre intersecção de planos propondo este método como alternativa ao denominado "método geral da intersecção de planos", já que ele nos dá a possibilidade de transformar um plano qualquer em projetante.

Resolução dos seguintes problemas tipo:

Transformar  
Uma reta oblíqua numa reta vertical, de topo ou fronto-horizantal;  
Um plano oblíquo num plano horizontal ou frontal.

Para tratar o rebatimento de planos e concretamente do plano oblíquo, recorrer ao "modelo M", onde se podem observar as retas notáveis do plano, e o plano projetante que é perpendicular ao plano dado para ilustrar espacialmente o método do triângulo do rebatimento. O mesmo modelo, agora sem o plano projetante auxiliar, poderá servir para exemplificar o processo que utiliza as horizontais, frontais ou outras retas do plano, no rebatimento.

O aluno deverá resolver problemas de rebatimento, tanto para os planos de projeção como para planos paralelos a estes, devendo a escolha orientar-se segundo o principio da economia de meios.

Resolução de exercícios diversos.

4

4

4

<p><b>PROBLEMAS MÉTRICOS</b></p> <p>Distâncias:  Distância entre dois pontos;  Distância de um ponto a uma reta;  Distância de um ponto a um plano;  Distância entre dois planos paralelos.</p> <p>Ângulos:  Ângulo de uma reta com um plano frontal ou com um plano horizontal;  Ângulo de um plano com um plano frontal ou com um plano horizontal;  Ângulo de duas retas concorrentes ou de duas retas enviesadas;  Ângulo de uma reta com um plano;  Ângulo de dois planos.</p>	<p>Na resolução de problemas métricos será vantajoso que o aluno resolva um mesmo problema utilizando diferentes métodos auxiliares e que, a partir daí, conclua as vantagens de um relativamente aos outros.</p> <p>Quanto aos problemas de determinação da verdadeira grandeza de ângulos, deverá ser dada especial atenção às definições da geometria euclidiana relativas ao "ângulo de uma reta com um plano" e ao "ângulo de dois planos".</p> <p>Resolução de exercícios diversos.</p>	<p>4</p>
<p><b>FIGURAS PLANAS III</b></p> <p>Figuras planas situadas em planos não projetantes.</p>	<p>Para a resolução deste tipo de problemas poderá salientar-se que o método dos rebatimentos é, em geral, o mais adequado, sobretudo por permitir a aplicação do Teorema de Désargues utilizando a charneira do rebatimento como eixo de afinidade. Além disso, simplificará muito os problemas, a realização do rebatimento para um plano que contenha, pelo menos, um vértice da figura.</p> <p>Resolução de exercícios diversos.</p>	<p>4</p>
<p><b>SÓLIDOS III</b></p> <p>Pirâmides e prismas regulares com base(s) situada(s) em planos não projetantes.</p>	<p>Uso de modelos tridimensionais dos sólidos em estudo.</p> <p>Resolução de exercícios diversos.</p>	<p>7</p>



<p><b>SECÇÕES</b></p> <p>Secções em sólidos (pirâmides, cones, prismas, cilindros) por planos: Horizontal, frontal e de perfil.</p> <p>Secções de cones, cilindros e esfera por planos projetantes.</p> <p>Secções em sólidos (pirâmides e prismas) com base(s) horizontal(ais), frontal(ais) ou de perfil por qualquer tipo de plano.</p> <p>Truncagem.</p>	<p>Os alunos devem analisar e concluir a gradual complexidade das secções em pirâmides, preconizando-se a seguinte sequência de situações:</p> <p>Secção de pirâmide intersectando apenas a superfície lateral: sem aresta(s) de perfil, com aresta(s) de perfil;</p> <p>Secção da pirâmide intersectando a superfície lateral e a base: sem aresta(s) da base perpendicular(es) ao plano de projeção, com aresta(s) da base perpendicular(es) ao plano de projeção.</p> <p>Os alunos devem concluir os diferentes tipos de secção plana produzida num cone. Para tal pode-se recorrer a pequenos cones que ao serem cortados permitem a observação de diversas cónicas, consoante o corte.</p> <p>Em relação ao prisma e ao cilindro, os alunos deverão concluir que um plano pode seccioná-los intersectando só a superfície lateral, a superfície lateral e uma das bases ou a superfície lateral e as duas bases.</p> <p>Quanto à esfera poder-se-à verificar que a secção produzida por qualquer tipo de plano é sempre um círculo, podendo variar desde um círculo máximo até ao ponto, caso da tangência.</p> <p>Na resolução de problemas, que envolvam o traçado da elipse, os alunos devem determinar as projeções dos seus eixos sendo os demais pontos da elipse obtidos, quer por recurso a planos auxiliares, quer por recurso a construções já conhecidas (por exemplo: processo</p>	<p>15</p>
--	---	-----------

	<p>da régua de papel ou construção por afinidade).</p> <p>Realizar de planificações de sólidos (cones e cilindros) e de sólidos truncados de forma a concluir esta unidade e como aplicação dos conceitos apreendidos (particularmente do método das rotações). Realização de maquetas dos sólidos previamente planificados.</p> <p>Resolução de exercícios diversos.</p>	
<p><b>SOMBRAS</b></p> <p>Generalidades.</p> <p>Noção de sombra própria, espacial, projetada (real e virtual).</p> <p>Direção luminosa convencional.</p> <p>Sombra projetada de pontos, segmentos de reta e reta nos planos de projeção.</p> <p>Sombra própria e sombra projetada de figuras planas (situadas em qualquer plano) sobre os planos de projeção.</p> <p>Sombra própria e sombra projetada de pirâmide e de prismas, com base(s) horizontal(ais), frontal(ais) ou de perfil, nos planos de projeção.</p> <p>Planos tangentes às superfícies cônica e cilíndrica:      Num ponto da superfície;      Por um ponto exterior;      Paralelos a uma reta dada.</p> <p>Sombra própria e sombra projetada de cones e cilindros com base(s) horizontal(ais), frontal(ais) ou de perfil, nos planos de projeção.</p>	<p>Utilização de um foco luminoso (lâmpada ou luz solar) e de formas bi ou tridimensionais que produzirão sombras diversificadas conforme o seu posicionamento para facilitar a aquisição dos conceitos de sombra própria, espacial, projetada, real e virtual.</p> <p>Para melhor compreensão dos pontos de quebra poderá ser vantajoso o estudo comparativo da sombra de um segmento de reta fazendo alterações sucessivas das suas coordenadas de forma a projetar sombra só num plano de projeção, nos dois ou só no outro plano. Fazendo o mesmo raciocínio para figuras planas.</p> <p>Alertar os alunos para a vantagem da determinação prévia da linha separatriz de luz e sombra que, no caso de cones e cilindros, corresponde às geratrizes de tangência dos planos luz/sombra.</p> <p>Iniciar o estudo da sombra de sólidos pela pirâmide (com base situada num plano de projeção). Para pirâmides com base igual (e em posição igual) mas de diferentes alturas, fazer um estudo comparativo do número de faces em sombra própria. Fazer o mesmo estudo comparativo para o cone, de forma a observar a variação de posição das geratrizes separatrizes luz/sombra.</p> <p>Atendendo a que a sombra projetada de pontos, retas ou superfícies são entidades representadas por duas projeções e, apesar de ser usual desprezar a projeção situada no eixo X, pelo menos numa fase inicial, cada ponto de sombra deve ser sempre representado pelas suas duas projeções.</p>	<p>23</p>

	Resolução de exercícios diversos.	
<p><u>REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA</u></p> <p>INTRODUÇÃO</p> <p>Caracterização.</p> <p>Aplicações.</p>	<p>Utilização de um modelo constituído pelos três eixos de coordenadas e de um paralelepípedo com as suas arestas coincidentes com os eixos, para ser posicionado em relação ao plano de projeção consoante as necessidades, de forma a ilustrar as diferenças entre as várias axonometrias e entre estas e o sistema de representação diédrica ou triédrica.</p> <p>Apresentação de imagens de axonometrias de objetos ou peças de construção mecânica, de produções no âmbito do design industrial e de objetos arquitetónicos, salientando a funcionalidade e intencionalidade do uso da axonometria, na descrição das formas. para dar conta do vasto campo de aplicação das axonometrias.</p>	1
<p>AXONOMETRIAS OBLÍQUAS OU CLINOGONAIS: CAVALEIRA OU PLANOMÉTRICA</p> <p>Generalidades.</p> <p>Direção e inclinação das projetantes.</p> <p>Determinação gráfica da escala axonométrica do eixo normal ao plano de projeção através do rebatimento do plano projetante desse eixo.</p> <p>Axonometrias clinogonais normalizadas.</p>	<p>Estudo da influência do posicionamento dos raios projetantes em relação ao plano axonométrico. Fixação de um determinado ângulo de inclinação e fazer variar a direção e, para uma mesma direção, variar a inclinação dos raios projetantes, para apreciar os efeitos produzidos.</p> <p>Fazer a projeção de um cubo e verificar a maior ou menor possibilidade de reconhecer esse poliedro nas diferentes situações. Verificar que os ângulos de fuga e os coeficientes de redução convencionados obedecem a este princípio de percetibilidade, mas realçando, ao mesmo tempo, a possibilidade de seguir objetivos opostos, procurando, deliberadamente, distorções.</p> <p>Relacionar as axonometrias clinogonais com as sombras em representação diédrica, previamente estudadas, para assim vislumbrar a relação entre ambos os tipos de projeção.</p> <p>Resolução de exercícios diversos.</p>	4

<p><b>AXONOMETRIAS ORTOGONAIS: TRIMÉTRICA, DIMÉTRICA E ISOMÉTRICA</b></p> <p>Generalidades.</p> <p>Determinação gráfica das escalas axonométricas: Rebatimento do plano definido por um par de eixos; Rebatimento do plano projetante de um eixo.</p> <p>Axonometrias ortogonais normalizadas.</p>	<p>Utilização de um modelo constituído pelo sistema de eixos coordenados para caracterizar as axonometrias ortogonais e determinar os ângulos dos eixos axonométricos em cada tipo de axonometria.</p> <p>No modelo poder-se-à evidenciar claramente: A correspondência biunívoca entre a posição do sistema de eixos no espaço e a sua projeção no plano axonométrico; Os traços dos eixos de coordenadas no plano de projeção, ou seja, os vértices do triângulo fundamental correspondente à base da pirâmide axonométrica com vértice na origem do sistema de eixos; A configuração deste triângulo e as suas propriedades em cada axonometria; A redução das medidas resultante da inclinação dos eixos.</p> <p>Comparar a projeção axonométrica de um sólido (um cubo, p. ex.) com a sua projeção diédrica, quando o sólido tem uma das suas faces situada num plano oblíquo, com o intuito de explicitar o relacionamento da representação diédrica com a representação axonométrica.</p> <p>Resolução de exercícios diversos.</p>	<p>4</p>
<p><b>REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA DE FORMAS TRIDIMENSIONAIS COMPOSTAS POR:</b></p> <p>Pirâmides e prismas regulares e oblíquos de base(s) regular(es) com a referida base(s) paralela(s) a um dos planos coordenados e com pelo menos uma aresta da(s) base(s) paralela(s) a um dos planos coordenados e com pelo menos uma aresta da(s) base(s) paralela(s) ao eixo;</p> <p>Cones e cilindros de revolução e oblíquos com base(s) em verdadeira grandeza (só no caso da axonometria clinogonal)</p>	<p>Realização de axonometrias de formas tridimensionais simples ou compostas, segundo os diferentes métodos de construção. No caso da axonometria ortogonal será de dar especial ênfase ao chamado "método dos cortes" devido à sua relação direta com a representação diédrica e triédrica.</p> <p>Resolução de exercícios diversos.</p>	<p>13</p>

**Métodos de construção:**

Método das coordenadas;

Método do paralelepípedo circunscrito ou envolvente;

Método dos cortes (só em caso da axonometria ortogonal).

**Nota:** As aulas são apresentadas em blocos de 90 minutos, em que uma aula equivale a um bloco.

O Professor,

---